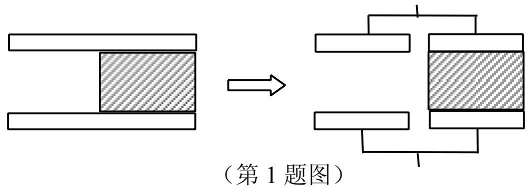
电容　静电场中的能量

1. 如图，该平行板电容器可等效为两平行板电容器 C_1 和 C_2 的并联：



（第 1 题图）

由 $C_1=\dfrac{\varepsilon_0\dfrac{S}{2}}{d}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}$，$C_2=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{S}{2}}{d}=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{2d}$，

并联后总电容：$C=C_1+C_2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}+\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{2d}=\dfrac{(1+\varepsilon_r)\varepsilon_0 S}{2d}$.　　本题选（**C**）

2. 平行板电容器充电后仍与电源相连，则两板间电压为电源电压 U，保持不变。

真空平行板电容器的电容为 $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，则板上电荷电量：$Q=CU=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}U$；

两板间电场强度大小：$E=\dfrac{U}{d}$；电场能量：$W_e=\dfrac{1}{2}CU^2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2$.

保持与电源相连，电压 U 不变，增大两板之间的距离 d，则板上电荷电量 $Q=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}U$ 减少，

电场强度 $E=\dfrac{U}{d}$ 减小，电场能量 $W_e=\dfrac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2$ 减小。　　本题选（**B**）

3. 电容器 C_1 和 C_2 串联后加上 1000V 电压，即 $U_1+U_2=1000\,\text{V}$；

电容器 C_1 和 C_2 串联，则 C_1 和 C_2 上的电量相等，即 $C_1U_1=C_2U_2$；

联立 $\begin{cases}U_1+U_2=1000\,\text{V}\\ 200U_1=300U_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}U_1=600\,\text{V}\\ U_2=400\,\text{V}\end{cases}$，

由于 $U_1=600\,\text{V}>500\text{V}$（耐压值），所以电容器 C_1 先被击穿；

C_1 先被击穿后，1000V 电压加在 C_2 上，$1000\text{V}>900\text{V}$（耐压值），电容器 C_2 也被击穿。　本题选（**C**）

4. 真空平行板电容器电容为 $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，插入 $\dfrac{S}{2}$ 的电介质后电容为 $C=\dfrac{(1+\varepsilon_r)\varepsilon_0 S}{2d}$，（由第 1 题可得）

电容之比：$\dfrac{C}{C_0}=\dfrac{\dfrac{(1+\varepsilon_r)\varepsilon_0 S}{2d}}{\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}}=\dfrac{1+\varepsilon_r}{2}$.

5. 真空平行板电容器电容为 $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，接到电源上，电源电压为 U，保持不变，则电场能量：$W_0=\dfrac{1}{2}C_0U^2$；

若在电容器中充满相对电容率为 ε_r 的电介质，则平行板电容器的电容为 $C=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}$，电源电压仍然为 U，

则此时电场能量：$W=\dfrac{1}{2}CU^2=\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0U^2$，　所以有：$\dfrac{W}{W_0}=\dfrac{\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0U^2}{\dfrac{1}{2}C_0U^2}=\varepsilon_r$.

6. 真空平行板电容器电容为 $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，接到电源上，电源电压为 U，保持不变，则电场能量：$W_0=\dfrac{1}{2}C_0U^2$；

若在电容器中充满相对电容率为 ε_r 的电介质，则平行板电容器的电容为 $C=\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}$，电源电压仍然为 U，

则此时电场能量：$W=\dfrac{1}{2}CU^2=\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0U^2$，　所以 $\dfrac{C}{C_0}=\dfrac{\dfrac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}}{\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}}=\varepsilon_r$，$\dfrac{W}{W_0}=\dfrac{\dfrac{1}{2}\varepsilon_r C_0U^2}{\dfrac{1}{2}C_0U^2}=\varepsilon_r$.

7. 假设真空中孤立的球体和球面半径都为 R，带电量为 Q，由于电荷均匀分布，空间电场具有球对称性。

（1）均匀带电球体的电场分布：球体把空间分成两个区域，在各区域内作一半径为 r 的同心球面 S 做为高斯面.

$r > R \qquad \oint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \Rightarrow \ E4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \ \Rightarrow \ E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$；

$r < R \qquad \oint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \frac{4}{3}\pi r^3 \ \Rightarrow \ E4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3} r^3 \ \Rightarrow \ E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$；

（2）均匀带电球面的电场分布：球面把空间分成两个区域，在各区域内作一半径为 r 的同心球面 S 做为高斯面.

$r > R \qquad \oint_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \Rightarrow \ E4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \ \Rightarrow \ E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$；

$r < R \qquad \oint_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \ \Rightarrow \ E4\pi r^2 = 0 \ \Rightarrow \ E = 0$；

根据以上计算发现，球体和球面外部区域（$r > R$）电场分布相同，外部区域电场能量相等；球面内部没有电场，没有电场能量，但球体内有电场，有电场能量。所以**球体的静电场总能量大于球面的静电场总能量**。

8. 设半径为 R_1 的铜导线单位长度的电量（电荷线密度）为 λ，则外导体铜箔在半径为 R_2 的内表面上感应出电荷线密度为 $-\lambda$ 的电荷。在介质中作一半径为 r，高为 h 的圆柱面作为高斯面，由 $\vec{D}$ 的高斯定理：

$R_1 < r < R_2$，$\quad \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \lambda h \ \Rightarrow \ D\cdot 2\pi rh = \lambda h \ \Rightarrow \ D = \frac{\lambda}{2\pi r}$；

由 $D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E \ \Rightarrow$ 电介质中的电场强度大小：$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}$；

在 $R_1 < r < R_2$ 介质范围中，$r = R_1$ 时，介质中场强最大：$E(R_1) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 R_1} \le E_{\max}$，$\Rightarrow \ \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \le E_{\max}\cdot R_1$；

电缆承受的电压：$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \le E_{\max}\cdot R_1\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$，

（1）**电缆能够承受的最高电压**：$U_{\max} = E_{\max}\cdot R_1\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$；

（2）**当电压升高时，介质中半径为 R_1 处先被击穿**；

（3）题目有些问题，应该指明在什么条件（铜导线的电荷线密度）下电缆中存储的静电场能量。

9. 图（a）中，电容器两端电压 U_0 不变，初始电容 $C_0 = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{d}$，初始静电场能量：$W_0 = \frac{1}{2}C_0U_0^2 = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{2d}U_0^2$；

拉出电介质后电容 $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$，静电场能量：$W = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}U_0^2$，**静电场能量变小**。

图（b）中，电容器存储电荷 $Q = C_0U_0$ 不变，初始静电场能量：$W_0 = \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{1}{2}C_0U_0^2 = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{2d}U_0^2$；

拉出电介质后，静电场能量：$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2C}C_0^2U_0^2 = \frac{\varepsilon_r^2\varepsilon_0 S}{2d}U_0^2 > W_0 = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}{2d}U_0^2$，**静电场能量变大**。

